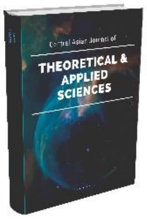

CENTRAL ASIAN JOURNAL OF THEORETICAL AND APPLIED SCIENCES

Volume: 02 Issue: 05 | May 2021 ISSN: 2660-5317

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ОДНОМЕРНЫХ ПРОДОЛНЫХ ВОЛН НАГРУЖЕНИЙ В ПОРИСТЫХ, НАСЫЩЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ СРЕДАХ

Самандаров Илҳомжон Расулович,
Доцент Алмалыкский филиал Ташкентского государственного технического университета
Бекмуратов Улуғбек Нуралиўғли.
Ассистент Алмалыкский филиал Ташкентского государственного технического университета

Received 19th May 2021, Accepted 25th May 2021, Online 31th May 2021

Аннотация: *В данной статье рассмотрена задача о распространении одномерных продольных волн нагрузок в пористых, насыщенных жидкостью средах на примере нагрузок в двухкомпонентном полупространстве, когда на границе действует динамическая нагрузка нормальная к плоскости YOZ , в предположении, что деформационные свойства скелета описываются определенными соотношениями. Приведен результат вычисления значений параметров движения жидкой частицы.*
Ключевые слова: *Уравнение математической физики, одномерная продольная волна, распространение упруго-пластичных волн, скелет, пористые, насыщенные жидкостью среды.*

Введение

Горная порода, представляющаяся как сплошная среда, является двухкомпонентной средой, движения которой при действии нормальной нагрузки описываются уравнениями [1] .

После некоторых преобразований система уравнений, описывающие движения, приводится к виду:

$$a_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad a_1 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \qquad (1)$$

$$\text{где } a_1 u(x) = \sqrt{\left(\frac{d\sigma}{\partial e} - \frac{Q}{R^2}\right) \cdot \frac{1}{\rho_1}};\ a_2 u(x) = \sqrt{\left(\frac{d\sigma}{\partial e} - \frac{Q}{R^2}\right) \cdot \frac{1}{\rho_2}} \qquad (2)$$

$$\rho_1 = (1-\beta_0)\rho_m - \rho_{12}\left(1+\frac{Q}{R}\right) + \frac{1}{R}\left[\left(1+\frac{Q}{R}\right)\rho_{12} - \beta_0 \rho_{\text{ш}} \frac{Q}{R}\right] \qquad (3)$$

$$\rho_2(U_x) = \frac{1}{R}\left\{\beta_0 \rho_{\text{ш}} \frac{d\sigma}{\partial e} - \rho_{12}\left(Q + \frac{d\sigma}{\partial e}\right) + k\left[\left(Q + \frac{d\sigma}{\partial e}\right)\rho_{12} - Q(1-\beta_0)\rho_m\right]\right\} \qquad (4)$$

Итак, используя закон пропорциональности ускорений частиц, уравнения движения нелинейных пористых, насыщенных жидкостью сред привели к двум квазилейным волновым уравнениям. Как видно, эти уравнения решаются отдельно и их можно решить многими методами в зависимости от характера поставленной задачи. Из вышеприведенных соотношений (1)-(4) видно, что при $\beta_0 \to 1$ получим уравнения движения, скорость волны и плотность однокомпонентной среды, которая решена при действии на границе$\rho = \rho(t)$в работе [2].При условии $\beta_0 \to 1$ получим уравнения, описывающие рас- пространение возмущений в жидкости. Кроме того, из (1)-(4) видно, что в пористых, насыщенных жидкостью средах при одномерно-продольном движении распространяются два типа продольных волн с различными скоростямиa_1 и a_2. При том, как скорости, так и эффективная плотность среды, в которой распространяется вторая продольная волна, зависят от деформации скелета. Это означает, что продольная волна второго типа распространяется всегда за первой волной, в возмущенной области и всегда имеет место неравенства$a_2(U_x) \leq a_1(U_x)$ в зависимости от степени влажности среды. Значит, решая (1), определим функцию$u = u(x,t)$ (перемещение частиц скелета) и функцию $U = U(x,t)$. В качестве примера рассмотрим задачу о распространении одномерных продольных волн нагружения в двухкомпонентном полупространстве, когда на границе (x=0) действует динамическая нагрузка P(t) нормальная к плоскости y oz (рис. 1). При этом предположим, что деформационные свойства скелета описываются соотношениями Х.А. Рахматулина [3], т.е.

$$\sigma[e] = (\lambda + 2C)e \qquad (5)$$

Переменные коэффициенты и С определяются следующим образом:

$$\lambda = \frac{F(e)}{e} - \frac{2}{9} \cdot \frac{\phi(e_i)}{(e_i)}, C = \frac{1}{3} \cdot \frac{\phi(e_i)}{(e_i)} \qquad (6)$$

Функции$F(e)$, $\phi(e_i)$ характеризуют деформационные свойства среды при действии динамических нагрузок, причём они определяются экспериментально.

На основании экспериментальных исследований [4], полученных в отделе волновой динамики НИИ механики МГУ для смеси песка с 10%-ным содержанием глины функции$F(e)$, $\phi(e_i)$представляются
параболами

$$F(e)=\alpha_1 e+\alpha_2 e^2, \phi\,(e_i)=\beta_1 e_i+\beta_2 e_i^2 \ (7)$$

Учитывая (5) и (7) закон деформирования пористых, насыщенных жидкостью сред имеет вид :

$$\sigma_1(x,t)=(\alpha_1 + \frac{4}{9}\beta_1)\cdot e(x,t)+(\alpha_2 + \frac{8}{27}\beta_2)\cdot e^2(x,t)+Q\cdot \mathcal{E}(x,t)$$

$$\delta_2(x,t)=Q\cdot e(x,t)+R\cdot \mathcal{E}(x,t) \qquad (8)$$

Найдем решение (1) при краевом условии:

$$\sigma_1(0,t)=(1-\beta_0)\cdot P(t) \qquad U_t(x,0)=U_x(x,0)=0$$

$$\sigma_2(0,t)=\beta_0 \cdot P(t) \qquad U_t(x,0)=U_x(x,0)=0 \qquad (9)$$

означающим, что в момент времени t=0 среда недеформирована и находится в состоянии покоя. Учитывая (8), система уравнения, описывающая движения частиц среды, приводится к двум волновым уравнениям, в которых скорости волн выражаются:

$$a_1(U_x)=\left[\frac{1}{\rho_1}\left(\alpha_1 + \frac{4}{9}\beta_1 - \frac{Q^2}{R}\right) + 2\left(\alpha_2 + \frac{8}{27}\beta_2\right)\cdot e(x,t)\cdot \frac{1}{\rho_1}\right]^{\frac{1}{2}} \ (10)$$

$$a_2(U_x)=\left[\frac{1}{\rho_2}\left(\alpha_1 + \frac{4}{9}\beta_1 - \frac{Q^2}{R}\right) + 2\left(\alpha_2 + \frac{8}{27}\beta_2\right)\cdot e(x,t)\cdot \frac{1}{\rho_2}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (11)$$

где ρ_1,$\rho_2(U_x)$ определяются из соотношений (3) и (4) .
Согласно методу характеристик уравнение (1) эквивалентно следующей системе характеристик:

$$dx=\pm a_1(U_x)dt, \qquad dU_t=\pm a_1(U_x)dU_x \quad (12)$$

Условие (12) может быть проинтегрировано:

$$U_t=\pm\varphi_1(U_x)+C_{1,2}\ ;\psi_1(U_x)=\int_0^{a_x} a_1(U_x)dU_x$$

причём константы C_1, C_2 имеют вообще говоря, различные значе- ния на различных характеристиках.

Удовлетворение начальным условиям связан решением задачи Коши для уравнения (1) в области OAB, где OA – расстояние по вертикали, отсчитываемое по горизонтальной плоскости y oz, OB и BA-характеристики положительного и отрицательного направлений соответственно (рис.2). Можно показать, что решением задачи Коши для уравнения (1) при нулевых начальных данных является тривиально нулевое решение, т.е. U(x,t)=0. Действительно, проводя через некоторую точку (x,t) области OBA характеристики различных направлений вплоть до пересечения с осью x=0 , будем иметь

$$U_t(x,t)=-\psi_1[U_x(x,t)], U_t(x,t)=\psi_1[U_x(x,t)] (13)$$

Так как константы интегрирования C_1 и C_2 в силу начальных условий равны нулю. Из (13) следует, что иU(x,t)=0, поэтому a_1=$a_1(0)$ в области OBA. Значит, все характеристики области OBA (в том числе OB и BA) прямолинейны.

$$d[x+a_1(0)t]=0, \qquad d[x-a_1(0)t]=0 \ (14)$$

В плоскости годографа U_t, U_x области OBA соответствует начало координат U_t=0, U_x=0.

Физический смысл полученного решения очевиден: вплоть до момента времени t=$\frac{x}{a_1(0)}$ сечение x остаётся в недеформирован- ном состоянии.

Найдем теперь решение (1) за фронтом волны, идущей со скоростью $a_1(0)$. Прежде всего, покажем, что в области OBC имеет место интеграл

$$U_t=-\psi_1(U_x) \qquad (15)$$

Действительно, покрыв рассматриваемую область характеристиками отрицательных направлений, мы можем записать вдоль каждой из них соотношение:

$$U_t(x,t)=-\psi_1[U_x(x,t)]+C_2 (16)$$

Так как все характеристики отрицательного направления пе-ресекают линию x=$a_1(0)$t , на которой U_t=U_x=0, то константа интегрирования C_2 вдоль каждой из них оказывается равной нулю, чем и доказывается сделанное утверждение. Следовательно, в плоскости годографа U_t, U_xобласти OBC соответствует линия U_t(x,t)=-$\psi_1(U_x)$.Теперь нетрудно показать, что все характеристики положительного наклона в области OBC прямолинейны. С этой целью достаточно заметить, что при наличии интеграла (15) из характеристического условия $U_t=\psi_1(U_x)+C_1$, следует постоянство скоростей и деформаций (а значит и угловых коэффициентов $a_1(U_x)$) вдоль каждой характеристики положительного наклона. Поэтому уравнение характеристик положительного наклона имеет вид:

$$x=a_1[U_x(x,t)]\cdot[t-t_0] (17)$$

Где t_0 – любая точка отрезка OC, для которой, согласно краевому условию, известно

$U_x(\mathrm{x,t}) = \mathrm{e}(t_0)$(18)

Исключив из (I7) и (18) параметр t_0 , получим функциональное уравнение для определения деформации в рассматриваемой области:

$U_x(\mathrm{x,t}) = \mathrm{e}\left[t - \frac{x}{a_1(U_x)}\right]$(19)

Определяя параметры движения частиц скелета, определим параметры движения жидкой частицы.

Для смеси песка с 10% содержанием глины и с 26%6 содержанием пор, которые насыщены нефтью, параметры среды следующие ;

$$\alpha_1 = 18 * 10^2 \frac{кг}{см^2} R = 6{,}857 * 10^2 \frac{кг}{см^2}$$
$$\alpha_2 = 82 * 10^2 \frac{кг}{см^2} \rho_T = 2{,}6 * 10^{-3} \frac{кг}{см^3}$$
$$\beta_1 = 42 * 10^2 \frac{кг}{см^2} \rho_{14} = 0{,}82 * 10^{-3} \frac{кг}{см^3}$$
$$\beta_2 = 18 * 10^4 \frac{кг}{см^2} \rho_{12} = -0{,}0019 * 10^{-3} \frac{кг}{см^3}$$
$$P_0 = 10^2 \frac{кг}{см^2} Q = 3 * 10^2 \frac{кг}{см^2}$$

Вычисленные параметры движения приведены в таблицах № 1, 2.

Таблица 1.

м/сек	**0,5**	**1,0**	**1,5**	**2,0**	**2,5**	**3,5**
x=100	*428,33*	*425,208*	*418,922*	*408,911*	*394,604*	*374,546*
x=110	*428,402*	*425,423*	*419,294*	*409,510*	*395,499*	*375,808*
x=120	*428,466*	*425,649*	*419,658*	*410,090*	*396,331*	*377,047*
x=130	*428,531*	*425,837*	*420,014*	*410,671*	*397,147*	*378,250*
x=140	*428,785*	*426,030*	*420,302*	*411,160*	*397,955*	*379,423*
x=150	*428,823*	*426,279*	*420,693*	*411,737*	*398,686*	*380,564*

Таблица 2.

м/сек	**0,5**	**1,0**	**1,5**	**2,0**	**2,5**	**3,5**
x=100	*0,0220*	*0,0231*	*0,0241*	*0,0255*	*0,0289*	*0,0313*
x=110	*0,0219*	*0,0231*	*0,0239*	*0,0254*	*0,0287*	*0,0312*
x=120	*0,0218*	*0,0227*	*0,0296*	*0,0253*	*0,0277*	*0,0310*
x=130	*0,0217*	*0,0227*	*0,0235*	*0,0252*	*0,0276*	*0,0308*
x=140	*0,0216*	*0,0225*	*0,0234*	*0,0251*	*0,0274*	*0,0305*
x=150	*0,0216*	*0,0225*	*0,0233*	*0,0251*	*0,0271*	*0,0305*

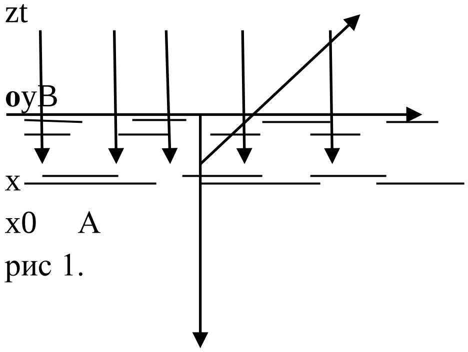

рис 1.

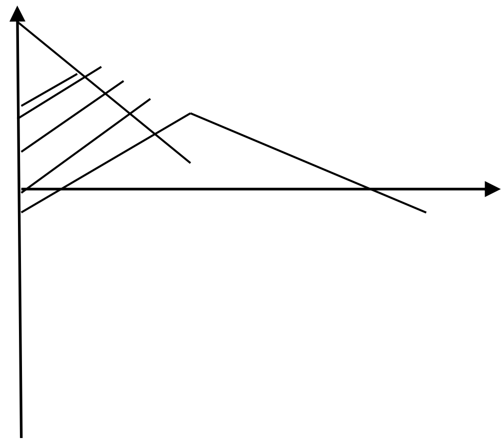
рис 2.

Использованная литература:

1. **1.**Bit M.A. Theory of Propagation of elastic wevein a FluidseturatedPorons Solid Aconst, SocAmer .V-28.№2.1956 г.
2. **2.**РахматулинХ.А. «О распространении волн разгрузки», ПММ, Т.IX №1, I945 г.
3. **3.**Рахматулин Х.А. «О распространении упруго-пластических волн при сплошном нагружении» ПММ. 1958, №6
4. **4.**Рахматулин Х.А., Сагоманян А.Я., Алексеев Н.А.«Вопросы динамики грунтов»М., Изд-во МГУ, 1965 г.

